

## LA FORMACIÓN MATEMÁTICO-DIDÁCTICA DEL PROFESORADO DE PRIMARIA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS PROBABILIDADES. UN ANÁLISIS DESDE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA

Claudia Vásquez, Ángel Alsina  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Universidad de Girona  
cavasque@uc.cl, angel.alsina@udg.edu

Chile  
España

**Resumen.** Actualmente la enseñanza de la probabilidad ha adquirido mayor protagonismo a nivel curricular, planteando la necesidad de contar con profesores capacitados para una enseñanza idónea, principalmente en Educación Primaria. Para ello se requieren estudios que permitan determinar el conocimiento matemático-didáctico que los profesores deben poner en juego para enseñar probabilidades, los cuales aún son escasos. Bajo este escenario surge esta investigación, para analizar: ¿cómo desarrollar en profesores de primaria un conocimiento matemático-didáctico adecuado para una enseñanza idónea de la probabilidad? Para dar respuesta a este interrogante se utilizará como referente teórico de la Didáctica de la Matemática al Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), con base en una metodología mixta, que contempla analizar, por un lado, el conocimiento matemático-didáctico de los profesores de primaria para enseñar probabilidades, y por otro, el grado de idoneidad didáctica de sus prácticas de enseñanza.

**Palabras clave:** formación del profesorado, conocimiento matemático-didáctico, probabilidad

**Abstract.** Currently teaching probability has greater role to curriculum level, so that qualified teachers are needed for an appropriate education, especially at primary level. It is therefore necessary to conduct research to determine appropriate teaching mathematical knowledge for teaching probability. From this point of view, the research question of our study is: How to develop an appropriate teaching mathematical knowledge for teaching ideal of probability in Elementary Education? The research is based on the Ontosemiotic Approach Knowledge and Mathematics Instruction (EOS), and used a mixed methodology to analyze, on the one hand, the teaching of mathematical knowledge primary teachers to teach probability, and secondly, the degree of educational suitability of their teaching practices.

**Key words:** teacher training, teaching mathematical knowledge, probability

### Antecedentes, problemática de investigación y objetivos

En los últimos años la enseñanza de la probabilidad ha ido adquiriendo mayor protagonismo a nivel curricular, tanto desde una perspectiva internacional como nacional, para la formación de ciudadanos reflexivos y capaces de enfrentar situaciones de incertidumbre. En este sentido, el Ministerio de Educación de Chile actualizó el Marco Curricular de Educación Básica y Media e integró el tratamiento de la información como un nuevo eje temático, llamado “Datos y Azar”. En esta actualización los contenidos de estadística debían ser abordados desde el primer ciclo de Educación Básica y los contenidos de probabilidades a partir del segundo ciclo (MINEDUC, 2009a, 2009b). Recientemente, este proceso de ajuste se ha modificado de nuevo por la incorporación de las nuevas Bases Curriculares de Educación Básica 2012, realizándose cambios profundos en el área de matemáticas siguiendo orientaciones internacionales (NCTM,

2003). Uno de estos cambios es la incorporación del eje temático de “Datos y Probabilidades” en toda la Educación Básica, para responder a la necesidad de que todos los estudiantes se inicien en temas relacionados con el azar y aminorar los desfases existentes entre el currículo nacional y los internacionales (MINEDUC, 2012). Estos desfases han quedado de manifiesto, principalmente, con el análisis de los resultados obtenidos por nuestros estudiantes en mediciones internacionales tales como *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) y *Programme for International Student Assessment* (PISA). Aun cuando los resultados de las últimas aplicaciones han experimentado cierta mejoría, en ambas mediciones nuestro país se ubica muy por debajo del promedio internacional en el área de matemáticas. Estos datos señalan la necesidad de que los profesores que enseñan matemáticas tengan una formación de más calidad, ya que en su gran mayoría no han contado en su formación inicial con asignaturas que les permitan alcanzar una enseñanza eficaz de la probabilidad, entendiendo por enseñanza eficaz aquella que “requiere que el profesor sea capaz de comprender lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender y, en consecuencia, les desafía y apoya para aprender bien los nuevos conocimientos” (NCTM, 2003, Pág. 17). Ello cobra aún más relevancia si consideramos que, en el caso de Chile, los datos sobre la calidad educativa en general y sobre la enseñanza de las matemáticas en particular revelan severas carencias. El informe 2010 de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) señala que nuestro país debe encauzar sus esfuerzos hacia la mejora de la formación de profesores en todo los niveles educativos, sobre todo en lo que se refiere a los profesores de Educación Básica, ya que estos “reciben una formación general, y los conocimientos que adquieren sobre las materias no resultan suficientes ni siquiera para los cursos iniciales” (OCDE, 2010, Pág.10). Otra investigación que avala lo expuesto es el estudio comparativo internacional *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (TEDS-M), que en su informe de resultados *Breaking the Cycle, An International Comparison of U.S. Mathematics Teacher Preparation* (Babcock et al, 2010), da a conocer resultados bastante preocupantes, ya que sitúa al desempeño de nuestros futuros profesores de enseñanza básica entre los peores del mundo, incluso muy por debajo de los resultados obtenidos por países con niveles de desarrollo iguales e inferiores al chileno. Y según el Reporte de Competitividad Global 2011-2012 del *World Economic Forum*, en un *ranking* de 142 países, Chile se encuentra en el número 87 en calidad general de la educación, y en el número 124 en calidad de la educación de matemáticas/ciencias.

Diversos estudios específicos sobre la enseñanza de las probabilidades revelan también serias carencias por parte de los futuros profesores. Azcárate (1995) detecta déficits en temas tan sencillos como las características de los fenómenos aleatorios, la asignación de probabilidades o la carencia de esquemas combinatorios, entre otros. Ortiz et al. (2006) exponen que los

resultados obtenidos y las estrategias utilizadas por los futuros profesores de Educación Primaria en varios problemas son muy similares a las de los niños, siendo alarmante que los futuros profesores cometan los mismos errores que los alumnos a los que han de formar. Esta problemática cobra aún más relevancia para Chile, si consideramos el hecho de que encuestas aplicadas a profesores que enseñan matemática en el 2° Ciclo de Educación Básica han revelado que “un 45% de ellos declara no se sentirse preparado para enseñar los contenidos del eje de Datos y Azar a sus estudiantes, sobre todo aquellos vinculados a las probabilidades” (Vásquez, 2011).

Desde este marco es necesario realizar estudios relacionados con la enseñanza de las probabilidades en la Educación Básica, y más específicamente con los conocimientos matemáticos y didácticos que los profesores deben poner en juego para enseñar probabilidades, ya que éstos son prácticamente inexistentes en Chile. Los datos de estos estudios deben permitir mejorar de forma progresiva tanto los programas de formación inicial como los de formación permanente del profesorado, para contar con profesores preparados que logren que sus estudiantes alcancen los aprendizajes deseados, y que sean capaces de “reflexionar en qué debe aprenderse y cómo será aprehendido por sus estudiantes” (Schulman, 1986).

Con base en lo anteriormente expuesto se ha optado por llevar a cabo esta investigación, que busca proporcionar información sobre el conocimiento disciplinar y didáctico de los profesores para la enseñanza de la probabilidad en la educación básica, y responder así a la pregunta de investigación: ¿cómo desarrollar en los profesores un conocimiento matemático-didáctico adecuado para la enseñanza de las probabilidades?, para luego proponer un conjunto de sugerencias que les permitan alcanzar los conocimientos disciplinares y didácticos necesarios para una enseñanza eficaz e idónea de las probabilidades.

### Marco teórico

Actualmente las investigaciones sobre el conocimiento matemático y didáctico de la probabilidad son escasas, sobre todo en lo que se refiere a profesores en ejercicio de Educación Básica, pues la mayoría se centra en profesores en formación. Sin embargo, es posible distinguir claramente dos líneas de estudio dentro de este campo: los estudios ligados a las actitudes y creencias de los profesores frente a las probabilidades y su enseñanza, y las investigaciones relacionadas con el conocimiento disciplinar y didáctico. Es en esta última línea en la que busca profundizar nuestro estudio, puesto que de acuerdo a investigaciones recientes se ha podido evidenciar que los profesores en formación presentan dificultades y concepciones erróneas en relación a la probabilidad y conceptos vinculados a ella (Ortiz, Serrano y

Mohamed, 2009), mientras que un grupo importante de profesores evita la enseñanza de la probabilidad debido a que la consideran un contenido de menor importancia, que podría representar dificultades para los estudiantes, o bien por falta de información y preparación (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2006).

Una de las primeras investigaciones sobre el conocimiento probabilístico de los profesores fue realizada por Azcárate (1995), quien detectó una baja comprensión de la noción de aleatoriedad y por ende en la comprensión del conocimiento probabilístico por parte de futuros profesores, pues su razonamiento probabilístico se elaboraba más bien a partir de experiencias cotidianas que en un conocimiento formal. Situación que se ve reforzada por Begg y Edward (1999), quienes al solicitar a un grupo de profesores de primaria dar respuesta a tres situaciones relacionadas con ideas básicas de aleatoriedad, sucesos equiprobables e independencia, detectaron una débil comprensión de la probabilidad y de las nociones que subyacen a ella. Con ello no se quiere decir que sea necesario que los profesores cuenten con conocimientos matemáticos acabados de la probabilidad, como teoría de la medida, pero sí se requiere que tengan un conocimiento profundo y acabado del contenido a enseñar y de cómo enseñarlo, entendiendo por comprensión profunda “aquellos conocimientos que debería poseer un profesor para ejercer en plenitud su tarea de enseñar matemáticas” (Ma, 1999, Pág. 13). Este autor expone que esta comprensión profunda se relaciona directamente con aspectos del conocimiento matemático que llevan a que el profesor sea capaz de enseñar, articular y explicar ideas matemáticas del contenido en cuestión a sus estudiantes; y propone cuatro propiedades relacionadas entre sí: ideas básicas, representaciones múltiples, conectividad y coherencia longitudinal. Al hablar de ideas básicas, representaciones múltiples y coherencia longitudinal, se refiere a los tipos de conexiones entre los aspectos de una comprensión significativa de las matemáticas, con respecto a su amplitud, profundidad y rigurosidad; mientras que al hablar de conectividad se centra en las conexiones entre conceptos y procedimientos matemáticos, que lleva a los estudiantes a un aprendizaje unificado de conocimientos. Schulman (1986) expone también que es necesario que los profesores conozcan y comprendan en profundidad la matemática que deben enseñar, así como aquellos tipos de conocimientos pedagógicos y didácticos necesarios para lograr una enseñanza eficaz.

En su planteamiento inicial, concretó los siguientes tipos de conocimientos: Conocimiento de los Contenidos; Conocimiento Pedagógico; y Conocimiento Pedagógico de los Contenidos o Conocimiento Didáctico de los Contenidos; al reconocer la necesidad de que los profesores deben aprender y manejar otros tipos de contenidos además del conocimiento matemático para una enseñanza eficaz de las matemáticas. Según este autor, el Conocimiento Pedagógico o Didáctico de los Contenidos se relaciona con las formas de enseñar el contenido, por lo tanto

va más allá del contenido en cuestión, considerando sus representaciones, ejemplos, demostraciones, etc., enfatizando cómo hacerlo comprensible para los estudiantes, para así enseñarlo mejor. Posteriormente Schulman (1987) amplía y profundiza aún más en las categorías del conocimiento base que un profesor necesita para enseñar un determinado contenido, considerando como mínimo las siguientes: Conocimiento del Contenido; Conocimiento Pedagógico General, con énfasis en los principios generales y estrategias de gestión de aula y organización; Conocimiento del Currículo, especialmente en lo referido a la comprensión de materiales y programas que sirven como “herramientas del oficio” para los profesores; Conocimiento Pedagógico del Contenido; Conocimiento de los Estudiantes y sus Características; Conocimiento de los Contextos Educativos, que va desde el trabajo del grupo o clase hasta la administración y financiamiento escolar en distintas comunidades y culturas; y Conocimiento de los Fines, Propósitos y Valores de la Educación, así como de sus fundamentos históricos y filosóficos (Schulman, 1987, Pág. 8). Señala que estas categorías se pueden alcanzar a través de las siguientes fuentes: la formación académica en el contenido disciplinar a enseñar; el contexto del proceso educativo y materiales relacionados; investigaciones sobre educación, relacionadas con organizaciones sociales, aprendizaje humano, enseñanza y desarrollo y otros fenómenos sociales y culturales que influyen en la labor de los profesores; y por último, la sabiduría que otorga la propia práctica. Hoy en día la propuesta de Schulman continua vigente, y ha sido abordada y desarrollada por variados autores, destacando el trabajo desarrollado por Ball, Lubienski y Mewborn (2001) quienes introducen la noción de “*Mathematical knowledge for Teaching*”, que se define como el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno (Hill, Ball y Schilling, 2008). Estos autores, basándose en las ideas de Schulman, proponen un modelo de conocimiento matemático para la enseñanza en el que se caracteriza el conocimiento matemático necesario para la enseñanza de la matemática escolar, estableciendo, además, la existencia de una correlación positiva entre el conocimiento matemático para la enseñanza y el logro de aprendizaje matemático en los estudiantes. En este modelo se distinguen dos grandes componentes del conocimiento matemático para enseñar: por un lado, se encuentra el conocimiento del contenido disciplinar, que se encuentra compuesto, a su vez, por el conocimiento común de los contenidos a enseñar, el conocimiento del horizonte matemático y el conocimiento disciplinar especializado; y por otro lado, se encuentran los componentes del conocimiento pedagógico del contenido, que incluyen el conocimiento del contenido y de los estudiantes, conocimiento de los contenidos y la enseñanza, y por último el conocimiento del currículo que se enseña.

Es importante destacar que si bien los modelos de conocimiento matemático para la enseñanza han ganado su espacio en la investigación y formación de profesores, aún son muy generales y no permiten contar con un análisis minucioso de los tipos de conocimientos que deberían poseer los profesores para lograr una enseñanza efectiva de las matemáticas, y más aún en el caso de las probabilidades. Godino (2009) realiza un análisis de los principales modelos de conocimiento matemático para la enseñanza, identificando en ellos ciertas limitaciones, por lo que propone un modelo teórico sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor. Este modelo comprende algunas de las categorías de los modelos anteriormente descritos, que se complementan y desarrollan con elementos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción



Fig 1: Facetas y niveles de análisis didáctico (Godino, 2009, pág. 21)

Matemática (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007). Este enfoque, conocido como EOS, plantea un sistema de categorías de análisis de los conocimientos matemáticos y didácticos del profesor compuesto por un conjunto de facetas y niveles que interactúan entre sí para el análisis de la idoneidad didáctica (figura 1), sistema que tendremos en cuenta para el caso de la probabilidad, objeto matemático central en esta investigación, sin dejar de lado las particularidades de dicha materia. Godino y su equipo exponen que la idoneidad didáctica de un método para la enseñanza de las matemáticas se define en función del grado con el que resulta adecuado para su puesta en práctica en el aula. La idoneidad se estudia a través de la reflexión sobre sus diferentes componentes: epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, afectivo y ecológico (Godino, Batanero y Font, 2007):

- ❖ La idoneidad epistémica es el grado de representatividad que tienen los significados institucionales implementados o pretendidos respecto a un significado de referencia. Desde el punto de vista de las matemáticas y su aprendizaje es necesario analizar qué contenidos matemáticos aparecen y con qué frecuencia; asimismo, cuál es el modelo implícito que se asume en una actividad o pequeño grupo de actividades.
- ❖ La idoneidad cognitiva expresa el grado en que los significados pretendidos o implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos.
- ❖ La idoneidad interaccional parte de la base que un proceso de enseñanza-aprendizaje tiene mayor idoneidad si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori); por otra, resolver los problemas que surgen durante el proceso de instrucción.

- ❖ La idoneidad mediacional alude al grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- ❖ La idoneidad emocional concierne al grado de implicación (interés o motivación) del alumnado en el proceso de estudio. Está relacionada con los factores que dependen de la institución y con los que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.
- ❖ La idoneidad ecológica pone de manifiesto el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad, así como a los condicionamientos del entorno donde se desarrolla. En términos generales, alude al grado en que un método para aprender matemáticas resulta adecuado en el entorno donde se utiliza; el entorno incluye a todos los factores -tanto los de dentro como los de fuera del aula- que determinan la actividad que allí se lleva a cabo.

Los criterios de idoneidad didáctica ofrecen un marco adecuado para valorar cualquier proceso de estudio de las matemáticas (Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2009). Por ello, en este estudio se usan dichos parámetros para dilucidar el conocimiento matemático-didáctico que debe poseer un profesor para la enseñanza de las probabilidades en la educación básica; y así responder a la pregunta que guía esta investigación.

## Metodología

Para alcanzar los objetivos propuestos, y responder a la pregunta que guía esta investigación, se ha optado por una metodología mixta, es decir, para este estudio se contempla una componente cuantitativa y otra cualitativa. Esto se justifica ya que, por un lado, se busca estudiar en profundidad el conocimiento matemático-didáctico que los profesores deben poner en juego para una enseñanza idónea de las probabilidades en la Educación Básica, y por otro, se quiere analizar la idoneidad didáctica de las prácticas de enseñanza de los profesores, a partir de la implementación de un programa de intervención en forma de curso. Mediante este curso, que se llevará a cabo a partir de los planteamientos del aprendizaje realista y reflexivo, se busca proponer un conjunto de recomendaciones, basadas en esta investigación, que contribuyan a mejorar el conocimiento matemático-didáctico de los profesores, para así enriquecer sus prácticas de enseñanza, y de este modo lograr una enseñanza eficaz e idónea de las probabilidades en la educación básica.

La componente cuantitativa contempla la aplicación de un instrumento de evaluación (pre-test y post-test) que permita medir el conocimiento disciplinar y didáctico de los profesores,



necesarios para la enseñanza de las probabilidades. Con respecto a la componente cualitativa, ésta contempla el análisis del grado de idoneidad didáctica de las prácticas de enseñanza, para la enseñanza de las probabilidades en educación básica. Para ello, se analizarán sesiones de clases por medio de un registro a través de videos. Es importante señalar que el análisis de la información recopilada, se realizará desde la perspectiva del EOS ya que este modelo teórico ofrece un conglomerado de herramientas apropiadas para el análisis didáctico.

### Referencias bibliográficas

- Azcárate, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Cádiz.
- Babcock, J., Babcock, P., Buhler, J., Cady, J., Cogan, L., Houang, R., Kher, N., Patrick, J., Rosolova, K., Schmind, W.H. y Wight, K. (2010). *Breaking the cycle: An international comparison of U.S. mathematics teacher preparation*. Michigan: The Center for Research in Math and Science Education.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Begg, A. y Edwards, R. (1999). Teachers' ideas about teaching statistics. *Proceedings of the 1999 combined conference of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education*. Recuperado el 23 de Agosto de <http://www.aare.edu.au/99pap/beg99082.htm>.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27 (1), 59-76.



- Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- MINEDUC (2009a). *Propuesta Ajuste Curricular: Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- MINEDUC (2009b). *Fundamentos del Ajuste Curricular en el Sector de Matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- MINEDUC (2012). *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- OECD (2010). Síntesis Estudio Económico de Chile, 2010. Recuperado el 15 de Julio de 2012 de <http://www.oecd.org/dataoecd/7/38/44493040.pdf>
- Ortiz, J., Serrano, L. y Mohamed, N. (2009). Competencias de los futuros profesores de primaria sobre la probabilidad. En L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 95-116). España: Universidad de Granada.
- Ortiz, J. J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L., y Rodríguez, J. (2006). Comparación de probabilidades en profesores en formación. En Bolea, P., González, M. J. y Moreno, M. (Eds.), *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 268-276). Huesca: SEIEM.
- Schulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22.
- Schulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Serradó, A., Azcárate, P. y Cardeñoso, J. M. (2006). Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador de Bahía, Brasil.

Vásquez, C. (2011). *Estudio de las percepciones de los profesores de educación básica sobre sus necesidades de fortalecimiento para la enseñanza de la estadística y probabilidad*. Tesis de magister no publicada. Universidad de la Frontera.